УДК 532.51

А.Ф. Булат, академик НАНУ, д. т. н., проф.,
А.И. Волошин, чл.-корр. НАНУ, д. т. н.,проф.,
А.В. Жевжик, к. т. н., с. н. с.,
О.Л. Кордюк, к. т. н., с. н. с.,
Е.В.Фомина, техн. 1 кат.
(ИГТМ)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ И ГОРЕНИЯ ПЫЛЕУГОЛЬНОГО ТОПЛИВА. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Викладена математична модель горіння пиловугільного палива у пальнику теполових електростанцій, та наведений метод отримання розвязку відповідних диференційних рівнянь.

MODELLING OF MOTION AND BURNING COUL-POUDER FUEL. PRINCIPAL EQUATIONS

The mathematical model of burning coul-pouder fuel in thermal power stations torch is stated. Method reception for decision corresponding differential equations is resulted.

Важной задачей развития энергетики является разработка технологий, позволяющих снизить расход природного газа при производстве эелектроэнергии и тепла. Одной из таких технологий, разрабатываемых в Институте геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины, является плазмохимическеская подготовка пылеугольного топлива перед сжиганием на тепловых электростанциях с инициацией горения с помощью электродугового подогревателя воздуха (плазмотрона). В связи со сложностью процессов, протекающих при горении пылеугольного топлива целесообразно для выбора параметров технологического процесса и соответствующего оборудования провести его математическое моделирование.

Теоретическое изучение процесса горения в котлах проводилось в работах [1-4], однако в них имеются значительные упрощения процесса, которые не позволяют учесть изменение химического состава газов, либо учитывают динамику сгорающих частиц по упрощённым полуэмпирическим моделям. Это делает невозможной оценку влияния переменного химического состава газов на скорость горения и сепарацию частиц топлива за счёт инерционных и аэродинамических сил.

Целью настоящей работы является разработка математической модели движения аэросмеси пылеугольного топлива в горелке с учётом химических реакций в газовой и твёрдой фазе, с учётом возможной сепарации частиц, а также опсание метода решения соответсвующих уравнений. Разработанная модель представляет собой систему нестационарных дифференциальных уравнений, зависящих от одной пространственной переменной. Для её решения применён сеточно-характеристический метод.

Конструктивно горелка представляет собой трубу, в которую подаётся аэросмесь и подогретый плазмотроном воздух. Сечение горелки гораздо меньше её длины в связи с этим движение пылеугольной смеси рассматривается в одномерной постановке.

Пылеугольное топливо рассматривается как двухфазная среда со средними по сечению горелки параметрами. Математическая модель основана на законах сохранения массы, количества движения и энергии газа и частиц и дополнена кинетическими уравнениями для скорости реакций. Для описания химических реакций использованы соотношения работы [1].

1. Математическая модель горения и теплообмена пылеугольного топлива

Газовая среда характеризуется вектором состояния $\vec{f} = (\rho_G, u_G, p, C_i)$, где ρ_G, u_G, p - плотность, скорость вдоль оси горелки и давление газовой смеси, C_i (i=7, …, 12)- парциальная плотность газовых компонент $O_2, CO_2, CO, H_2O, H_2, CH_4$ соотетственно.

Частицы рассматривается как сферы изменяющегося в процессе горения радиуса. Изменение радиуса частицы обусловлено реакциями горения углерода с образованием монооксида углерода и углекислого газа, реакциями газификации углерода водяным паром, углекислым газом и водородом. Для упрощения рассматриваются частицы одного фракционного состава. Континуум частиц характеризуется вектором $\vec{f}_P = (C_C, u_P, T_P, r_P)$, где C_C - концентрация углерода, u_P - скорость угольных частиц вдоль оси горелки, T_P - температура частиц, r_P - радиус частиц.

Для моделирования движения и теплообмена пылеугольного топлива используем следующие уравнения:

Уравнения неразрывности газовой смеси

$$\frac{\partial \rho_G}{\partial t} + u_G \frac{\partial \rho_G}{\partial x} + \rho_G \frac{\partial u_G}{\partial x} = \sum_{k=0}^{4} \dot{m}_K , \qquad (1)$$

где $\dot{m}_K$ - количество твёрдого углерода, сгорающего в единице объёма пылеугольной смеси в единицу времени.

Уравнения движения газа

$$\frac{\partial u_G}{\partial t} + u_G \frac{\partial u_G}{\partial x} + \frac{\partial p}{\rho_G \partial x} = \frac{u_P - u_G}{\rho_G} \left(n f_A + \sum_{K=0}^{4} \dot{m}_K \right), \qquad (2)$$

где n - число частиц топлива в единице объёма топливной смеси, f_A- межфазная сила Стокса, действующая на одну частицу угольного топлива со стороны газа [5], k - номер реакции с участием твёрдой фазы.

Уравнение сохранениея энергии газа

$$\frac{\partial p}{\partial t}+\gamma p\frac{\partial u_G}{\partial x}+u_G\frac{\partial p}{\partial x}=(\gamma-1)\sum_{L=5}^{7}\dot{m}_L\cdot q_L+$$
$$+(\gamma-1)\left(C_P T_P+0{,}5\cdot\left|u_G-u_P\right|^2\right)\cdot\sum_{k=0}^{4}\dot{m}_k+ \qquad (3)$$
$$+(\gamma-1)n\cdot\phi_A\cdot\left|u_G-u_P\right|^2-(\gamma-1)n\alpha_P 4\pi\cdot r_P^2\cdot\kappa\cdot(T_G-T_P),$$

где γ - показатель адиабаты газовой смеси, T_G - температура газовой смеси, α_P - коэффициент конвективного теплообмена газа и частиц топлива, κ - коэффициент, учитывающий влияние формы частиц на конвективный теплообмен, C_P - удельная теплоёмкость частиц; q_L - тепловой эффект химической реакции в газовой фазе, $\dot{m}_L$, - массовый расход топлива в газофазных реакциях, L - номер химической реакции в газовой фазе.

Уравнение изменения газовых компонент

$$\frac{\partial C_j}{\partial t}+C_j\frac{\partial u_G}{\partial x}+u_G\frac{\partial C_j}{\partial x}=\sum_{i=0}^{7}\left(\varphi_{ji}-C_i\cdot\phi_{ji}\right),\ (i=7,\ \ldots,\ 12), \qquad (4)$$

где j=0, ..., 4 - номер химической реакции с участием газообразных компонент; $\phi_{ji}(t,x)$, $\varphi_{ji}(t,x)$ - коэффициенты скорости реакции, определяемые из уравнений Аррениуса для кинетики реакций [1]

Дифференциальные уравнения (1)- (4) для газа и его компонент следует дополнить:

- уравнением состояния газа $\rho_G=\mu p\left(RT_G\right)^{-1}$,

где R - универсальная газовая постоянная; $\mu=\rho_G\left(\sum_{J=7}^{12}\frac{C_J}{\mu_J}\right)^{-1}$ - молярная масса газовой смеси;

- соотношением между прциальной плотностью газовых компонент и суммарной плотностью газа

$$\rho_G=\sum_{J=7}^{12}C_J$$

- уравнениями для скорости газофазной реакции $2\cdot CO+O_2=2\cdot CO_2$, обозначенной в (3) индексом k=6

$$\frac{\partial CO}{\partial t} = -k_6(T_G)\cdot CO\sqrt{H_2O\sqrt{O_2}},$$

где CO, H_2O, O_2 - парциальные плотности соответствующих газовых компонент,

- уравнениями для скорости газофазной реакции $CH_4 + 2\cdot O_2 = CO_2 + 2\cdot H_2O$

$$\frac{\partial CH_4}{\partial t} = -k_7(T_G)\cdot CH_4\cdot O_2,$$

- уравнениями для скорости газофазной реакции $2\cdot H_2 + O_2 = H_2O$

$$\frac{\partial H_2}{\partial t} = -k_8(T_G)\cdot O_2\cdot\sqrt{(H_2)^3}\ .$$

Коэффициенты скорости газофазных реакций определяются с помощью

$$k_L(T) = k_{L0}\cdot\exp(-T_{AL}/T),\left(L = 6,..8\right),$$

где T_{AL} - температура активации реакции, k_{L0} - предэкпоненциальный множитель коэффициента скорости реакции [1].

Движение и теплообмен газа и частиц описыватся с помощью уравнений среды газ - твёрдые частицы без учёта столкновений между частицами [4]. Последнее допущение возможно в связи с малой объёмной концентрацией частиц в пылеугольном топливе.

Уравнение баланса массы для частиц угольной пыли

$$\frac{\partial C_C}{\partial t} + u_p\frac{\partial C_C}{\partial x} + C_C\frac{\partial u_p}{\partial x} = \sum_{k=0}^{4}(\varphi_{3k} - C_C\cdot\phi_{3k}), \qquad (5)$$

где k=0, ..., 4 - номер химической реакции с участием твёрдых частиц.

Уравнение движения для континуума частиц аналогично уравнениям движения одиночной частицы

$$\rho_P\pi\frac{4}{3}r_P^3\left(\frac{\partial u_P}{\partial t} + u_P\frac{\partial u_P}{\partial x}\right) = (u_G - u_P)\cdot f_A, \qquad (6)$$

где ρ_P - плотность материала топливной частицы (считаем постоянным), r_P - текущий радиус частиц угольного топлива.

Уравнение баланса энергии частицы с учётом тепла химических реакций в твёрдых частицах имеет вид

$$C_P \rho_P \pi \frac{4}{3} r_P^3 \left(\frac{\partial T_P}{\partial t} + u_P \frac{\partial T_P}{\partial x}\right) = \alpha_P 4\pi r_P^2 \cdot k \cdot (T_G - T_P) + \sum_{K=0}^{4} \dot{m}_K \cdot q_K \ . \qquad (7)$$

В процессе горения топливных частиц изменяется их масса и радиус, но их число остаётся неизменным. Это условие позволяет записать соотношение для определения радиуса частиц. Предполагается, что при изменении размера частиц за счёт химических реакций сохраняется сферическая форма частиц. Радиус частицы при горении уменьшается до тех пор, пока не останется зольный остаток и подчиняется условию $r_P > r_{\min}$.

$$\frac{\partial r_P}{\partial t} + u_P \frac{\partial r_P}{\partial x} = \frac{r_P}{3 \cdot C_C} \left(\frac{\partial C_C}{\partial t} + \frac{\partial C_C}{\partial x} u_p + C_C \frac{\partial u_p}{\partial x} \right). \qquad (8)$$

Для описания кинетики химических реакций горения и газификации топливных частиц использованы уравнения типа [1].

Для реакций $2 \cdot C + O_2 = 2 \cdot CO$, $C + O_2 = CO_2$, $C + CO_2 = 2 \cdot CO$, $C + 2 \cdot H_2 = CH_4$, $C + H_2O = CO + H_2$

$$\frac{\partial C_j}{\partial t} = -k_j(T) \cdot f \cdot C_C \cdot C_i, k_j(T) = k_{j0} \cdot \exp(-T_{Aj}/T),$$

где f - поверхность, на которой происходит реакция, C_i - концентрация соответсвующего газового реагента.

2.Метод интегрирования уравнений

Для решения этой задачи о движении и горении пылеугольного топлива используется принцип установления, широко применяемый в газовой динамике для решения установившихся задач и сеточно-характеристический метод [6]. Сеточно-характеристический в случае использования уравнений движения чистого газа является устойчивым и обладает минимальной аппроксимационной вязкостью. Уравнения газовой динамики пылеугольного топлива (1)- (4), (5)-(8) в векторном виде

$$\frac{\partial \vec{f}}{\partial t} + B \frac{\partial \vec{f}}{\partial x} = \vec{G} - D\vec{f} \ , \qquad (9)$$

где матрица B - ранга 13

$$B = \begin{vmatrix} u_G & r_G & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & u_G & r_G^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a^2 r_G & u_G & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & u_P & C_C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & u_P & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & u_P & 0 \\ 0 & C_k & 0 & 0 & 0 & 0 & u_G \end{vmatrix}, \quad (k=6, ..., 12)$$

где скорость звука в газе

$$a = \sqrt{g \frac{p}{r_G}} \quad .$$

Система дифференциальных уравнений в частных производных (9)- гиперболическая, обладает характеристиками четырёх типов.

Характеристические направления l_j (j=0,1, …,n-1) (n=13 - число неизвестных функций в системе) определяются из алгебраического уравнения

$$|B - l E| = 0,$$

где E - единичная матрица.

Уравнение

$$\begin{vmatrix} u_G - l & r_G & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & u_G - l & r_G^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a^2 r_G & u_G - l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & u_P - l & C_C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & u_P - l & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & u_P - l & 0 \\ 0 & C_K & 0 & 0 & 0 & 0 & u_G - l \end{vmatrix} = 0$$

приводится к виду

$$\left[(u_G - l)^9 - (u_G - l)^7 a^2\right](u_P - l)^4 = 0$$

и имеет корни $\lambda_0 = u_G + a, \lambda_1 = u_G - a, \lambda_k = u_G, (k=2,\ \ldots,\ 8),\ \lambda_k = u_P,\ (k=9,\ \ldots,\ 12)$.

Соотношения на характеристиках позволяют получить обыкновенные дифференциальные уравнения, связывающие параметры многокомпонентной среды вдоль характеристических направлений $\frac{dx}{dt} = \lambda_j$, ($j$=0, …, 12). Для определения соотношений на характеристиках после собственных чисел следует определить левые собственные векторы.

Рассматриваем собственные числа $\lambda_j = u_G \pm a$, (j=0, 1) и соответствующие им левые собственные векторы

$$\begin{vmatrix} l_{0J} \\ l_{1J} \\ l_{2J} \\ l_{3J} \\ l_{4J} \\ l_{5J} \\ l_{KJ} \end{vmatrix}^T \times \begin{vmatrix} u_G & \rho_G & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & u_G & \rho_G^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_G a^2 & u_G & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & u_P & C_C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & u_P & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & u_P & 0 \\ 0 & C_K & 0 & 0 & 0 & 0 & u_G \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} l_{0J} \\ l_{1J} \\ l_{2J} \\ l_{3J} \\ l_{4J} \\ l_{5J} \\ l_{KJ} \end{vmatrix} \times (u_G \pm a) = 0.$$

(k=6,..., 13; j=0, ..., 13)

Левый собственный вектор системы (9), соответствующий характеристическим направлениям $\lambda_j = u_G \pm a$, (j=0, 1)

$$\begin{vmatrix} 0 & \pm \rho_G a & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, (j=0,\ 1). \qquad (10)$$

Умножаем (10) на вектор неизвестных $\vec{f}$, получаем соотношения на характеристиках

$$\pm \rho_G a \frac{\partial u_G}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial t} + (u_G \pm a)\left(\pm \rho_G a \frac{\partial u_G}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 0.$$

На характеристиках $\lambda_j = u_G$, (j=2, 6, …12) соотношения следующие

$$\frac{\partial \rho_G}{\partial t} - a^{-2} \frac{\partial p}{\partial t} + u_G \cdot \left(\frac{\partial \rho_G}{\partial x} - a^{-2} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 0, (j=2)$$

$$\frac{\partial C_j}{\partial t} - \frac{C_j}{\rho_G a^2} \frac{\partial p}{\partial t} + u_G \cdot \left(\frac{\partial C_j}{\partial x} - \frac{C_j}{\rho_G a^2} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = \sum_{i=0}^{7} \left(\varphi_{ij} - \phi_{ij} C_j \right),\ (j=6,\ \ldots,\ 12)$$

На характеристиках $I_j = u_P$, (j=3, 4, 5) соотношения совпадают с уравнениями (5)- (8).

Дальнейший ход решения аналогичен случаю интегрирования для чистого газа описанному в [6-7].

Изложенная теория может быть применена для моделирования работы пылеугольных горелок тепловых электростанций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Виленский Т.В., Хзмалян Д.М. Динамика горения пылевидного топлива.- М.: «Энергия», 1977.- 248с.

2. Бабий В.И., Куваев Ю.Ф. Горение угольной пыли и расчет пылеугольного факела . -М.: «Энергоатомиздат», 1986. - 208с.

3. Котляров О.Л., Яценко В.П., Петров С.В. К математическому моделированию рабочего процесса в плазмоструйной пылеугольной горелке//Физика аэродисперсных систем, вып.41. Сб. Одесского нац. университета, Одесса: «Астропринт», 2004.- С.55-61

4. Петров С.В., Саакова А.Г., Котляров О.Л., Яценко В.П. К проблеме снижения энергозатрат на плазменный розжиг и стабилизацию горения пылеугольного факела//Технична електродинамика, 2001, №3.- С.84- 87.

5. Волошин А.И., Пономарёв Б.В.. Механика пневмотранспортирования сыпучих материалов/- К.: «Наук. Думка» 2001.- 520с.

6. Магомедов К.М., Холодов А.С. Сеточно- характеристические численные методы.- М.: «Наука», 1988.- 290с.

7. Пирумов У.Г., Росляков Г.С. Газовая динамика сопел.- М.: «Наука», 1990.- 368с.